SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HUẾ
MÔN: TOÁN (PHỔ THÔNG)

A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (10,0 điểm)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Tìm khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau:

A. $SO \perp BD$. **B.** $SA \perp BD$. **C.** $BC \perp SD$. **D.** $SC \perp BD$.

Câu 2. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^2$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ có hệ số góc bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 3. Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 10. **B.** 120. **C.** 60. **D.** 125.

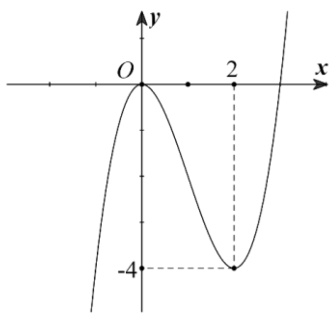
Câu 4. Phương trình $\cos x = \cos\dfrac{\pi}{6}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 10$ và công sai $d = 2$. Xác định số hạng tổng quát của (u_n).

A. $u_n = 8 + 2n \ (n \in \mathbb{N}^*)$. **B.** $u_n = 10 + 2n \ (n \in \mathbb{N}^*)$.

C. $u_n = 8 - 2n \ (n \in \mathbb{N}^*)$. **D.** $u_n = 10 - 2n \ (n \in \mathbb{N}^*)$.



Câu 6. Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $(0;2)$.

C. $(-4;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 7. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^x > -3$.

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = (\log_2 3;+\infty)$. **C.** $S = \mathbb{R}$. **D.** $S = (0;+\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$.

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$.

A. $y' = \sin 2x$. **B.** $y' = 2\sin 2x$. **C.** $y' = -\sin 2x$. **D.** $y' = -2\sin 2x$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 11. Một chiếc hộp chứa 11 viên bi khác nhau gồm 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó, tính xác suất để trong 4 viên bi đó có đúng 2 viên bi đỏ.

A. $\frac{5}{66}$.　　**B.** $\frac{5}{792}$.　　**C.** $\frac{5}{11}$.　　**D.** $\frac{2}{11}$.

Câu 12. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ bằng

A. 1.　　**B.** $+\infty$.　　**C.** 0.　　**D.** 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khối lượng của một cá thể sinh vật X theo thời gian t tuần $(t\ge 0)$ cho bởi công thức $f(t)=0,1+t^2e^{-kt}$ ($k\in\mathbb{R}$, đơn vị tính bằng microgram). Biết rằng sinh vật X chỉ sống được đúng 6 tuần và khối lượng của nó lớn nhất tại thời điểm $t=4$, đúng lúc đó nó sinh sản.

a) $f'(4)=0$.

b) $f'(t)=2t.e^{-kt}$.

c) $k=\frac{1}{2}$.

d) Biết rằng mỗi lần sinh sản, cá thể X sinh ra 10 cá thể con. Nếu ban đầu ($t=0$), người ta nuôi một cá thể X vừa mới sinh thì số lượng cá thể X tại thời điểm $t=21$ là 110000.

Câu 2. Trong một cái ao, có bốn chiếc lá sen được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4. Ban đầu, một con ếch ngồi trên lá số 1. Trong mỗi lần nhảy, nó nhảy đến một lá bất kì trong ba lá khác với lá đang ngồi. Gọi a_n là số cách nhảy mà sau n lần, con ếch về lại lá số 1; gọi b_n là số cách nhảy mà sau n lần, con ếch không về lại lá số 1.

a) $a_2=3$.

b) $b_2=6$.

c) $a_{n+1}=b_n-a_1,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

d) $a_5=60$.

Câu 3. Người ta muốn bào khối gỗ hình lập phương có cạnh bằng 10 cm để tạo thành một khối chóp cụt đều, có các mặt đáy là hình vuông. Biết rằng khối chóp cụt đó có đáy lớn là một mặt của khối lập phương, chiều cao của nó bằng độ dài cạnh của khối lập phương. Gọi x (cm) là độ dài cạnh đáy nhỏ của khối chóp cụt.

a) Thể tích khối chóp cụt là $V=\frac{10}{3}\left(x^2+10x+100\right)$ (cm^3).

b) Với $x=-a+a\sqrt{b}$ (cm), $\left(a,b\in\mathbb{Z}^+\right)$ thì thể tích khối lập phương gấp 2 lần thể tích khối chóp cụt, khi đó $a+b=8$.

c) Khi $x=5$ cm, độ dài cạnh bên của khối chóp cụt bằng $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ cm.

d) Khi $x=5$ cm, diện tích mặt bên của khối chóp cụt bằng $\frac{75\sqrt{17}}{4}$ cm^2.

Câu 4. Một công ty sử dụng máy bay không người lái để giao hàng. Chi phí vận hành tính theo giờ bay t $\left(0\le t\le 5\right)$ được mô hình hóa bởi hàm số $C(t)=at^3+bt^2+ct$ (nghìn đồng). Chi phí vận hành sau 1 giờ bay và sau 3 giờ bay lần lượt là 40 nghìn đồng và 144 nghìn đồng. Tốc độ thay đổi của chi phí vận hành tại thời điểm $t=1$ là 48 (nghìn đồng/giờ).

a) $C\left(1\right)=48$ (nghìn đồng).

b) Tốc độ thay đổi của chi phí vận hành tại thời điểm t là $d\left(t\right)=3at^2+2bt+c$ (nghìn đồng/giờ).

c) Hàm chi phí vận hành là $C\left(t\right)=-t^3+8t^2+33t$ (nghìn đồng).

d) Tốc độ thay đổi chi phí vận hành lớn nhất tại thời điểm $t=2$ (giờ).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

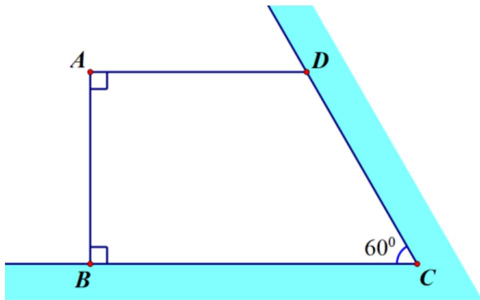
Câu 1. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $x(t)=t^3+at^2+bt$, trong đó t tính bằng giây và x tính bằng mét. Biết rằng vận tốc vật bằng 0 tại thời điểm $t=1$ và $t=3$. Tính tổng quãng đường vật đi được trong 20 giây đầu tiên (đơn vị là mét).

ĐS:5788

Câu 2. Hai bạn An và Bình cùng chơi một số ván cờ Caro, biết rằng trong mỗi ván luôn có một người thắng. Người thua ở ván này sẽ được đi trước ở ván tiếp theo. Người thắng cuộc là người thắng được 2 ván trước người kia. Biết rằng nếu An đi trước thì xác suất An thắng ván đó là $0,9$ và nếu Bình đi trước thì xác suất Bình thắng ván đó là $0,7$. Giả sử An đi trước ở ván đầu tiên, tính xác suất để An là người thắng cuộc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐS:0,86

Câu 3. Tại một góc vườn của ông Bình, hai bức tường rào tạo với nhau một góc 60^0. Ông ấy muốn dùng một tấm lưới dài 10 m, kết hợp với hai bức tường để làm một khu vực nuôi vịt có dạng hình thang vuông (xem hình minh họa, ông Bình cần giăng hết lưới tạo thành hai cạnh vuông góc AD và AB, các bức tường đều có độ dài lớn hơn 10 m). Tính diện tích lớn nhất của khu vực nuôi vịt đó (đơn vị là m^2, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



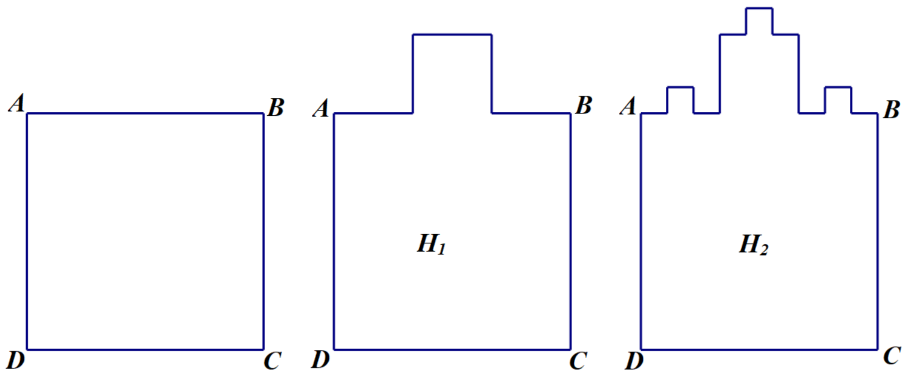
ĐS:35,1

Câu 4. Từ một hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1, ta thực hiện như sau:

+ Chia cạnh AB thành 3 đoạn bằng nhau, về phía ngoài, dựng hình vuông có cạnh là đoạn ở giữa rồi xóa đi đoạn đó, ta được hình H_1.

+ Trên mỗi cạnh song song với CD của hình H_1 ta lại chia thành 3 đoạn bằng nhau, về phía ngoài, dựng hình vuông có cạnh là đoạn ở giữa và xóa đi đoạn đó, ta được hình H_2.

Ta tiếp tục lặp lại quá trình như trên. Gọi S_n là diện tích của hình H_n, tính $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



ĐS:1,17

Câu 5. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó là các điểm có tọa độ $\left(x,y\right)$ với x,y là các số nguyên thỏa mãn $1\le x\le 5$ và $1\le y\le 5$.

ĐS:2148

Câu 6. Tết Trung thu là một lễ hội truyền thống diễn ra vào đêm Rằm tháng Tám Âm lịch hàng năm. Năm nay để chuẩn bị cho Trung thu, bạn Khôi dự định làm một chiếc lồng đèn hình lăng trụ lục giác đều, bạn có một đoạn dây thép dài $54\,\text{cm}$ để làm khung cho chiếc lồng đèn, bạn cần cắt đoạn dây thép thành 18 đoạn để làm các cạnh của hình lăng trụ. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối lăng trụ đó (đơn vị là cm^3, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

ĐS:70,1

B. TỰ LUẬN (10,0 điểm)

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$.

a) Tìm tọa độ các điểm M thuộc (C) để $OM=\sqrt{2}$.

b) Gọi N là điểm thuộc (C), tiếp tuyến tại N của (C) cắt hai trục tọa độ tại A và B. Biết tam giác OAB có độ dài đường cao hạ từ đỉnh O bằng $\dfrac{4}{\sqrt{26}}$, tính AB.

Lời giải

a) Gọi $M\left(a;\dfrac{1}{a}\right)\in(C)$.

Khi đó $OM=\sqrt{a^2+\dfrac{1}{a^2}}$

Do đó $OM=\sqrt{2}\Leftrightarrow a=\pm1$

Vậy $M(1;1)$ hoặc $M(-1;-1)$.

b) Ta có: $f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$

Gọi $N\left(a;\dfrac{1}{a}\right)\in(C)$. Phương trình tiếp tuyến tại $N: y=-\dfrac{1}{a^2}(x-a)+\dfrac{1}{a}$

Giao điểm: $A\left(0;\dfrac{2}{a}\right)$ và $B(2a;0)$.

Vậy $AB=\dfrac{OA.OB}{h}=\sqrt{26}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $(C_1),(C_2)$ lần lượt là đồ thị các hàm số $y=\log_4 x$ và $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

a) Đường thẳng (d) có phương trình $x=a\ (0<a\neq1)$ cắt $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại hai điểm A,B và cắt trục hoành tại I. Tính $\dfrac{S_{\Delta OIA}}{S_{\Delta OIB}}$ ($S_{\Delta OIA}$, $S_{\Delta OIB}$ lần lượt là diện tích các tam giác OIA và OIB).

b) Tìm tọa độ các điểm M và N lần lượt thuộc $(C_1),(C_2)$ sao cho $G(2;0)$ là trọng tâm của tam giác OMN.

Lời giải

a) Tọa độ A,B là $A(a;\log_4 a)$ và $B\left(a;\log_{\frac{1}{2}} a\right)$.

Do $\log_{\frac{1}{2}} a=-\log_2 a$ và $\log_4 a=\dfrac{1}{2}\log_2 a$ nên $IA=\dfrac{1}{2}IB$.

Vậy $\dfrac{S_{\Delta OIA}}{S_{\Delta OIB}}=\dfrac{1}{2}$.

b) Gọi tọa độ M,N là $M\left(a;\log_4 a\right)$ và $N\left(b;\log_{\frac{1}{2}} b\right)$.

Theo giả thiết: $a+b=6$ và $\log_4 a+\log_{\frac{1}{2}} b=0$.

Suy ra $a=4,b=2$.

Vậy $M\left(4;1\right)$ và $N\left(2:-1\right)$

Câu 3. Một công ty sản xuất một loại sản phẩm. Nếu trong một tháng, công ty đó sản xuất x sản phẩm thì giá bán mỗi sản phẩm (đơn vị là nghìn đồng) được tính theo công thức:

$$q(x)=-4x^2+19683\ \left(x\in\mathbb{Z},1\le x\le 45\right).$$

Giả sử các sản phẩm sản xuất ra đều bán hết, tính doanh thu lớn nhất của công ty đó trong một tháng (đơn vị là nghìn đồng).

Lời giải

Đặt $f(x)=xq(x)$. Ta có $f(x)=-4x^3+19683x$

$f'(x)=-12x^2+19683.$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 40,5.$

x	1		40,5		45
y	19679	$\nearrow$	531441	$\searrow$	521235

$f(40)=531320$ và $f(41)=531319$

Vậy doanh thu lớn nhất của công ty là $f(40)=531320$

Câu 4.

a) Gieo một con xúc xắc 6 mặt ba lần liên tiếp. Gọi a, b, c lần lượt là số chấm nhận được qua 3 lần gieo. Tính xác suất để $p=a.b.c$ là một số chia hết cho 6.

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho khi viết các chữ số của nó theo thứ tự ngược lại, ta nhận được một số lớn hơn số ban đầu (ví dụ số 2025 là một số thỏa mãn).

Lời giải

a) Số phần tử không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=6^3=216.$

Gọi A là biến cố: "3 lần gieo không có số chia hết cho 2", B là biến cố: "3 lần gieo không có số chia hết cho 3".

Khi đó $n\left(A\right)=3^3$; $n\left(B\right)=4^3$; $n\left(A\cap B\right)=2^3$.

Suy ra $P\left(A\cup B\right)=p\left(A\right)+p\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=\dfrac{83}{216}$.

Vậy xác suất để tích chia hết cho 6 là: $1-\dfrac{83}{216}=\dfrac{133}{216}$.

b) Gọi số thỏa mãn có dạng $\overline{abcd}$, khi đó $d\ne 0.$

Có $9\times 10\times 10\times 9=8100$ số có $d\ne 0.$

Có $9\times 10=90$ số có dạng $\overline{abba}$,

nên có $8100-90=8010$ số mà khi viết xuôi và viết ngược có kết quả khác nhau.

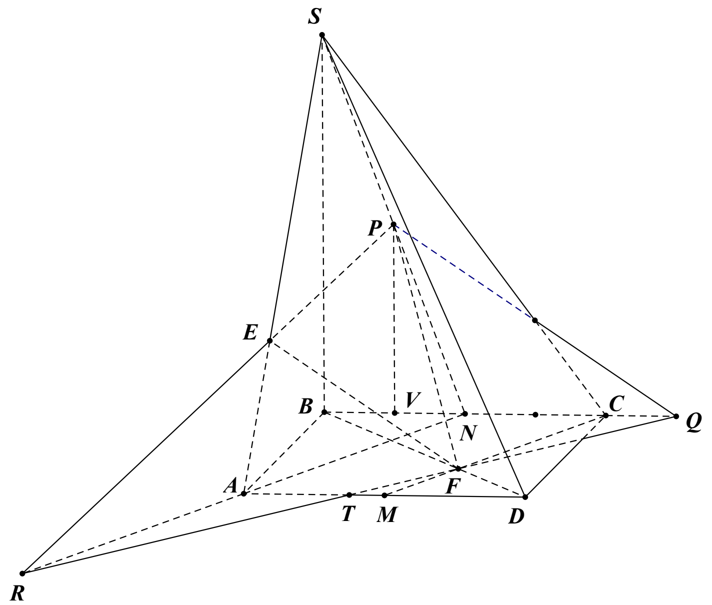
Bằng cách nhóm một số với số viết ngược của nó, ta có $8010\div 2=4005$ cặp, trong mỗi cặp có đúng một số thỏa mãn bài toán. Vậy có $8010\div 2=4005$ số thỏa mãn.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1. Cạnh bên SB vuông góc với đáy và $SB=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Điểm E thuộc cạnh SA sao cho $SE=2EA$. Gọi F là giao điểm của CM và BD, P là trung điểm SN. Mặt phẳng $\left(EFP\right)$ cắt BC tại Q.

a) Tính $\frac{FD}{FB}$ và $\frac{CQ}{CB}$.

b) Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (EFP).

Lời giải



a) Ta có: $\frac{FD}{FB}=\frac{MD}{BC}=\frac{1}{2}$.

Từ giả thiết suy ra E là trọng tâm tam giác SRN.

Do đó A là trung điểm NR. Gọi $T=QR\cap AD$, đặt $AT=x$ thì

$TM=\frac{1}{2}-x,\ NQ=2AT=2x, CQ=2TM=1-2x$.

Do $NQ=NC+CQ$ nên $2x=\frac{1}{2}+1-2x$ hay $x=\frac{3}{8}$.

Suy ra $CQ=\frac{1}{4}$ hay $\frac{CQ}{CB}=\frac{1}{4}$.

b) Do $DF=\frac{1}{2}BF$ nên $d\left(D;(EFP)\right)=\frac{1}{2}d\left(B;(EFP)\right)$.

Xét hệ trục tọa độ Oxy với $A(0;0)$, $B(0;1)$, $T\left(\frac{3}{8};0\right), Q\left(\frac{5}{4};1\right)$

Phương trình đường thẳng QT là $8x-7y-3=0$.

Khoảng cách từ B đến QT là: $d_B=\frac{10}{\sqrt{113}}$.

Từ P, kẻ $PV//BS$, khoảng cách từ V đến QT là: $d_V=\frac{4}{5}d_B=\frac{8}{\sqrt{113}}$.

Khoảng cách từ V đến (EFP) là h_V thì $\frac{1}{{h_V}^2}=\frac{1}{{d_V}^2}+\frac{1}{VP^2}=1+\frac{113}{64}$ nên $h_V=\frac{8\sqrt{177}}{177}$.

Vậy khoảng cách từ D đến (EFP) bằng $d\left(D;(EFP)\right)=\frac{1}{2}h_B=\frac{1}{2}.\frac{5}{4}h_V=\frac{5\sqrt{177}}{177}$.

---------- **HẾT** ----------