

BÀI 24. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP – TOÁN 10

A. LÝ THUYẾT:

1. Hoán vị:

Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là một số tự nhiên, $n \geq 1$).

Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử, kí hiệu là P_n , được tính bằng công thức $P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$

Chú ý. Kí hiệu $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$ là $n!$. $P_n = n!$.
Chẳng hạn $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Quy ước $0! = 1$.

Ví dụ 1. Từ các chữ số 6, 7 và 9 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau?

Ví dụ 2. Trong một cuộc thi điền kinh gồm 5 vận động viên chạy trên 5 đường chạy. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các vận động viên vào các đường chạy đó?

Ví dụ 3. Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

2. Chỉnh hợp:

Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).

Số các chỉnh hợp chập k của n , kí hiệu là A_n^k , được tính bằng công thức

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) \text{ hay } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} (1 \leq k \leq n)$$

Chú ý. - Hoán vị sắp xếp tất cả các phần tử của tập hợp, còn chỉnh hợp chọn ra một số phần tử và sắp xếp chúng.

- Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó. Vì vậy $P_n = A_n^n$.

Ví dụ 3. Trong một giải đua ngựa gồm 10 con ngựa, người ta chỉ quan tâm đến 3 con ngựa: con nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Ví dụ 4. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

3. Tổ hợp:

Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).

Số các tổ hợp chập k của n , kí hiệu là C_n^k , được tính

$$\text{bằng công thức } C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} (0 \leq k \leq n).$$

$$\text{Chú ý. } C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}.$$

- Chỉnh hợp và tổ hợp có điểm giống nhau là đều chọn một số phần tử trong một tập hợp, nhưng khác nhau ở chỗ, chỉnh hợp là chọn có xếp thứ tự, còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.

Ví dụ 4. Trong ngân hàng đề kiểm tra cuối học kì II môn Vật lí có 20 câu lí thuyết và 40 câu bài tập. Người ta chọn ra 2 câu lí thuyết và 3 câu bài tập trong ngân hàng đề để tạo thành một đề thi. Hỏi có bao nhiêu cách lập đề thi gồm 5 câu hỏi theo cách chọn như trên?

Ví dụ 5. Một câu lạc bộ có 20 học sinh.

a) Có bao nhiêu cách chọn 6 thành viên vào Ban quản lí?

b) Có bao nhiêu cách chọn Trưởng ban, 1 Phó ban, 4 thành viên khác vào Ban quản lí?

Ví dụ 6. Bạn Hà có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để Hà chọn ra đúng 2 viên bi khác màu?

Ví dụ 7. Một câu lạc bộ cờ vua có 10 bạn nam và 7 bạn nữ. Huấn luyện viên muốn chọn 4 bạn đi thi đấu cờ vua.

a) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn nam?

b) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ?

c) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ?

B. LUYỆN TẬP: ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu 1.[1] Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?

A. 4. **B.** 4!. **C.** C_4^4 . **D.** $4! - 3!$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó?

A. 2^9 . **B.** C_9^2 . **C.** 9^2 . **D.** A_9^2 .

Câu 3. Rút ngẫu nhiên hai quân bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 quân. Số cách rút là **A.** 1326. **B.** 104. **C.** 450. **D.** 2652.

Câu 4. [2] Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn là Thảo và Linh. Số cách xếp 5 học sinh trên thành một hàng ngang sao cho hai bạn Thảo và Linh đứng cạnh nhau là **A. 48. B. 120. C. 24. D. 6.**

Câu 5. [2] Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc? **A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.**

Câu 6. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 840. B. 24. C. 720. D. 35.

Câu 7. Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. B. $2n$. C. n^2 . D. n^n .

Câu 8. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 9. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng, 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Số cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu là

A. 560. B. 310. C. 3014. D. 319.

Câu 10. Số các số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 là **A. 249. B. 7440. C. 3204. D. 2942.**

Câu 11. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Số cách xếp chỗ 9 người đó trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh là

A. 4320. B. 90. C. 43200. D. 720.

Câu 12. [2] Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Số cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau là **A. 288. B. 864. C. 24. D. 576.**

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

- a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý.
- b) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế.
- c) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.
- d) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau.

Câu 2. [2] Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6.

- a) Lập được 720 số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau.
- b) Lập được 216 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau.

c) Lập được 60 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau luôn có mặt chữ số 1.

d) Lập được 45 số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau có chữ số hàng chục lớn hơn hàng đơn vị.

Câu 3. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, các viên bi có cùng kích thước, khối lượng.

- a) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng từ hộp có: 180 cách.
- b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng từ hộp có: 120 cách.
- c) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng từ hộp có: 300 cách.
- d) Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Câu 4. Lớp 10A có 25 học sinh, trong đó có 12 học sinh nam và 13 học sinh nữ. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

- a) Số cách xếp các học sinh của lớp 10A thành một hàng dọc là $25!$.
- b) Số cách chọn ngẫu nhiên một nhóm gồm 5 bạn học sinh của lớp 10A là A_{25}^5 .
- c) Số cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ để làm lớp trưởng và lớp phó là $C_{12}^1 \cdot C_{13}^1$.
- d) Số cách chọn một nhóm gồm 3 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam là $C_{25}^3 - C_{13}^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ?

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số phân biệt sao cho các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 xuất hiện theo thứ tự giảm dần từ trái qua phải và chữ số 9 luôn đứng trước chữ số 1?

Câu 3. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Ta có M cách lập tổ công tác. Giá trị $\frac{M}{100}$ là

Câu 4. Một đội dự tuyển học sinh giỏi toán của một trường THPT có 7 học sinh, trong đó có một học sinh tên An và một học sinh tên Bình. Chia 7 học sinh thành ba nhóm, một nhóm ba học sinh, hai nhóm mỗi nhóm hai học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chia nhóm để An và Bình thuộc cùng một nhóm?

Câu 5. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Có $abc152$ cách xếp hàng như trên. Vậy $a + b + c$ là

Câu 6. Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.